

ĐỀ THI HSG LỚP 8 – Trường TÂN BÌNH
Vòng 1 (2015-2016)**Thời gian: 120 phút****Bài 1:** Phân tích đa thức thành nhân tử

- a) $a^4 + 4b^4$
b) $a^4 + b^4 + c^4 - 2a^2b^2 - 2a^2c^2 - 2b^2c^2$

Bài 2: (3 điểm) Giải các phương trình:

- a) $\frac{x-17}{1990} + \frac{x-21}{1986} + \frac{x+1}{1004} = 4$
b) $\frac{1}{x^2+9x+20} + \frac{1}{x^2+11x+30} + \frac{1}{x^2+13x+42} = \frac{1}{8}$

Bài 3: Cho biết $x + y = a$; $xy = b$ ($a^2 \geq 4b$). Tính các biểu thức theo a và b

- a) $x^2 + y^2$
b) $x^3 + y^3$
c) $x^4 + y^4$
d) $x^5 + y^5$

Bài 4:

- a) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức C , biết $C = 2x^2 - 8x + 1$
b) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức D , biết $D = -(x-1)(x+2)(x+3)(x+6)$

Bài 5:

Cho hình bình hành ABCD. Gọi I là trung điểm AB. Gọi G là giao điểm của BD và CI. AG cắt DC tại K.

- a) Tính tỉ số $\frac{IG}{IC}$
b) Chứng minh C là trung điểm của DK.
c) Kéo dài DA cắt KB tại P. Chứng minh P, I, C thẳng hàng.
d) Từ C vẽ đường thẳng song song với DB cắt AK tại M. Từ G vẽ đường thẳng song song AC cắt DK tại N. Chứng minh $MN \parallel BC$.

  **HẾT**  

ĐỀ THI HSG LỚP 8 – Trường TÂN BÌNH
Vòng 1 (2015-2016)
HƯỚNG DẪN

Bài 1: Phân tích đa thức thành nhân tử

a) $a^4 + 4b^4$

$$= a^4 + 4a^2b^2 + 4b^4 - 4a^2b^2 = (a^2 + 2b^2)^2 - (2ab)^2 = (a^2 + 2b^2 - 2ab)(a^2 + 2b^2 + 2ab)$$

b) $a^4 + b^4 + c^4 - 2a^2b^2 - 2a^2c^2 - 2b^2c^2$

$$= (a^4 + b^4 + c^4 - 2a^2b^2 - 2a^2c^2 + 2b^2c^2) - 4b^2c^2$$

$$= (a^2 - b^2 - c^2)^2 - (2bc)^2$$

$$= (a^2 - b^2 - c^2 - 2bc)(a^2 - b^2 - c^2 + 2bc)$$

$$= [a^2 - (b+c)^2][a^2 - (b-c)^2]$$

$$= (a-b-c)(a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)$$

Bài 2:(3 điểm) Giải các phương trình:

a) $\frac{x-17}{1990} + \frac{x-21}{1986} + \frac{x+1}{1004} = 4$

$$\Leftrightarrow \frac{x-17}{1990} - 1 + \frac{x-21}{1986} - 1 + \frac{x+1}{1004} - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-2007}{1990} + \frac{x-2007}{1986} + \frac{x-2007}{1004} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-2007) \left(\frac{1}{1990} + \frac{1}{1986} + \frac{1}{1004} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 2007 \quad \left(\text{vì } \frac{1}{1990} + \frac{1}{1986} + \frac{1}{1004} \neq 0 \right)$$

Vậy $S = \{2007\}$

b) $\frac{1}{x^2 + 9x + 20} + \frac{1}{x^2 + 11x + 30} + \frac{1}{x^2 + 13x + 42} = \frac{1}{8}$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{(x+4)(x+5)} + \frac{1}{(x+5)(x+6)} + \frac{1}{(x+6)(x+7)} = \frac{1}{8}$$

Điều kiện : $x \neq -4; x \neq -5; x \neq -6; x \neq -7$

Với điều kiện trên, phương trình trở thành:

$$\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+5} + \frac{1}{x+5} - \frac{1}{x+6} + \frac{1}{x+6} - \frac{1}{x+7} = \frac{1}{8}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+7} = \frac{1}{8}$$

$$\Leftrightarrow \frac{8(x+7) - 8(x+4)}{8(x+4)(x+7)} = \frac{(x+4)(x+7)}{8(x+4)(x+7)}$$

$$\Rightarrow 8x + 56 - 8x - 32 = x^2 + 11x + 28$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 11x + 4 = 0 \Leftrightarrow \left(x + \frac{11}{2}\right)^2 - \frac{105}{4} = 0 \Leftrightarrow \left(x + \frac{11}{2} - \sqrt{\frac{105}{4}}\right)\left(x + \frac{11}{2} + \sqrt{\frac{105}{4}}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{11}{2} + \frac{\sqrt{105}}{2} \text{ hay } x = -\frac{11}{2} - \frac{\sqrt{105}}{2}$$

$$\text{Vậy } S = \left\{ -\frac{11}{2} + \frac{\sqrt{105}}{2}; -\frac{11}{2} - \frac{\sqrt{105}}{2} \right\}$$

Bài 3: Cho biết $x + y = a$; $xy = b$ ($a^2 \geq 4b$). Tính các biểu thức theo a và b

a) $x^2 + y^2$

$$= (x+y)^2 - 2xy = a^2 - 2b$$

b) $x^3 + y^3$

$$= (x+y)^3 - 3x^2y^3 = a^3 - 3b^3$$

c) $x^4 + y^4$

$$= (x^2 + y^2)^2 - 2x^2y^2 = (a^2 - 2b)^2 - 2b^2 = a^4 - 4a^2b + 2b^2$$

d) $x^5 + y^5$

$$\text{Ta có: } (x^2 + y^2)(x^3 + y^3) = x^5 + x^2y^3 + x^3y^2 + y^5$$

$$\Leftrightarrow x^5 + y^5 = (x^2 + y^2)(x^3 + y^3) - x^2y^2(x+y)$$

$$\Leftrightarrow x^5 + y^5 = (a^2 - 2b)(a^3 - 3b^3) - a^2b$$

Bài 4:

a) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức C , biết $C = 2x^2 - 8x + 1$

$$C = 2x^2 - 8x + 1 = 2\left(x^2 - 4x + \frac{1}{2}\right) = 2\left[\left(x-2\right)^2 - \frac{7}{2}\right] = 2(x-2)^2 - 7 \geq -7$$

$$\text{Vậy } A_{\min} = -7 \text{ khi } x = 2$$

b) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức D , biết $D = -(x-1)(x+2)(x+3)(x+6)$

$$D = -(x-1)(x+6)(x+2)(x+3)$$

$$D = -(x^2 + 5x - 6)(x^2 + 5x + 6)$$

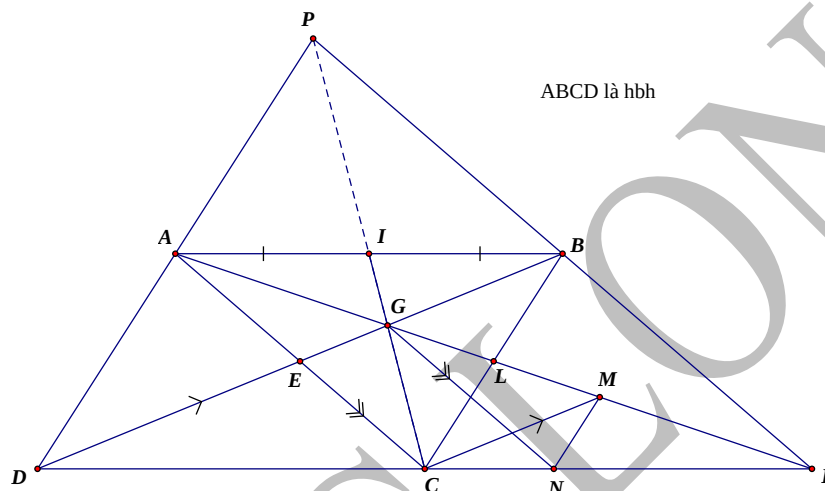
$$D = -\left[(x^2 + 5x)^2 - 36\right]$$

$$D = -(x^2 + 5x)^2 + 36 \leq 36$$

Vậy $D_{\max} = 36$. Dấu '=' xảy ra khi $x^2 + 5x = 0 \Leftrightarrow x(x+5) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hay $x = -5$

Bài 5 :

Cho hình bình hành ABCD. I là trung điểm AB. G là giao điểm của BD và CI. AG cắt DC tại K.



a) Tính tỉ số $\frac{IG}{IC}$

Gọi E là giao điểm của hai đường chéo AC và BD của hình bình hành ABCD.

$\Rightarrow E$ là trung điểm của AC và BD.

Xét $\triangle ABC$, ta có :

- $\left\{ \begin{array}{l} CI \text{ là đường trung tuyến}(\dots) \\ BE \text{ là đường trung tuyến}(\dots) \\ CI \text{ cắt } BE \text{ tại } G \end{array} \right.$

$$\Rightarrow G \text{ là trọng tâm của } \triangle ABC \Rightarrow IG = \frac{1}{3}IC \Rightarrow \frac{IG}{IC} = \frac{1}{3}$$

b) Chứng minh C là trung điểm của DK.

Gọi L là giao điểm của AG và BC.

Mà G là trọng tâm của $\triangle ABC$ (cmt) nên AL là đường trung tuyến của $\triangle ABC$

$\Rightarrow L$ là trung điểm của BC.

Xét $\triangle KAD$, ta có :

- $\left\{ \begin{array}{l} L \text{ là trung điểm của } BC(\text{cmt}) \\ LC \parallel AD (BC \parallel AD, L \in BC) \\ C \in DK \end{array} \right.$

$\Rightarrow C$ là trung điểm của DK.

c) Kéo dài DA cắt KB tại P. Chứng minh P, I, C thẳng hàng.

Ta dễ dàng chứng minh được B là trung điểm của PK và A là trung điểm của PD.

Từ đó ta chứng minh được tứ giác PACB là hình bình hành (...)

$\Rightarrow$ Hai đường chéo AB và PC cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường
 Mà I là trung điểm của AB (gt) nên I là trung điểm của PC $\Rightarrow P, I, C$ thẳng hàng.

d) Từ C vẽ đường thẳng song song với DB cắt AK tại M. Từ G vẽ đường thẳng song song AC cắt DK tại N. Chứng minh MN // BC.

Xét $\triangle ACM$, ta có : $\begin{cases} E \text{ là trung điểm của } AC \text{ (cmt)} \\ EG // CM (...) \\ G \in AM \end{cases}$

$\Rightarrow G$ là trung điểm của AM $\Rightarrow AG = GM$.

Xét $\triangle KDG$, ta có : $\begin{cases} C \text{ là trung điểm của } DK \text{ (cmt)} \\ CM // DG (...) \\ M \in GK \end{cases}$

$\Rightarrow M$ là trung điểm của GK $\Rightarrow GM = MK$ mà $AG = GM$ nên $AG = GM = MK$.

Mặt khác: $AG + GM + MK = KA$ nên $3.MK = AK \Rightarrow \frac{KM}{KA} = \frac{1}{3}$.

Xét $\triangle KAC$, ta có : $GN // AC$ (gt)

$\Rightarrow \frac{KN}{KC} = \frac{KG}{KA}$ (Định lí Thales) mà $\frac{KG}{KA} = \frac{2}{3}$ nên $\frac{KN}{KC} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{KN}{2KC} = \frac{1}{3}$

Mặt khác : $KD = 2KC$ (do C là trung điểm của DK)

Nên $\frac{KN}{KD} = \frac{1}{3}$ mà $\frac{KM}{KA} = \frac{1}{3}$ (cmt) nên $\frac{KN}{KD} = \frac{KM}{KA}$

Xét $\triangle KAD$, ta có : $\begin{cases} M \in KA \\ N \in KD \\ \frac{KN}{KD} = \frac{KM}{KA} \text{ (cmt)} \end{cases} \Rightarrow MN // AD \text{ (định lí Thales đảo)}$

Mà $AD // BC$ (...) nên $MN // BC$.

✿ ✿ HẾT ✿ ✿